Unidad II: Curvas en R2 y ecuaciones paramétricas

2.1 Ecuación paramétrica de la línea recta.

La recta constituye una parte fundamental de las matemáticas. Existen numerosas formas de representar una recta, lo que incluye tanto la forma para métrica como la vectorial. Un espacio tridimensional puede ser utilizado para determinar una ecuación vectorial que denote una línea recta. El parámetro es sencillamente una variable cuyo objetivo principal es describir una relación particular con la ayuda de los parámetros.

Por tanto, una ecuación para métrica es una ecuación que está basada en una variable en particular. Una ecuación para métrica en términos generales, se conoce también como representación para métrica Ejemplo: Considere la ecuación $x = 2 + 3t$. En esta ecuación, t denota el parámetro y la ecuación se conoce como ecuación para métrica en términos de t.
Si así consta, por lo general, las ecuaciones de la forma $x = x0 + ta$; $y = y0 + tb$; $z = z0 + tc$ representan las ecuaciones para métricas de línea recta. Para conseguir un punto particular en la recta, todo lo que tenemos que hacer es tomar el valor de t de cualquiera de las ecuaciones e insertarlo en otra ecuación. Como resultado, obtenemos las coordenadas reales de un punto determinado en la recta.

Consideremos un ejemplo con el fin de encontrar una ecuación para métrica para una recta entre los puntos $(-1, 3)$ y $(1, 1)$.
Paso 1: De los puntos dados en el enunciado, elija uno como punto inicial. Consideremos a $(-1, 3)$ como punto inicial.
Paso 2: Ahora, tomemos las coordenadas x para los rangos indicados. Es posible observar que -1 está a 2 unidades de distancia del 1. Por tanto, $x = -1 + 2t$
Paso 3: Del mismo modo, teniendo en cuenta las coordenadas y para los rangos indicados, es posible ver que el 3 está a -2 unidades de distancia del 1. Por tanto, $y = 3 - 2t$.

2.2 Curvas planas

Curva plana

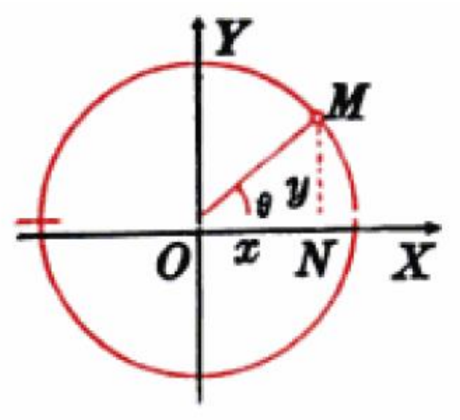
Una curva plana es aquella que reside en un solo plano y puede ser abierta o cerrada. La representación gráfica de una función real de una variable real es una curva plana.

Una curva geométrica mente hablando diremos que intuitivamente, es el conjunto de puntos que representan las distintas posiciones ocupadas por un punto que se mueve; si se usa el término curva por oposición a recta o línea poligonal, habría que excluir de esta noción los casos de, aquellas líneas que cambian continuamente de dirección, pero de forma suave, es decir, sin formar ángulos. Esto las distingue de las líneas rectas y de las quebradas. Estarían fuera de esta noción los casos de movimiento rectilíneo. Sin embargo, utilizando la definición matemática, una línea recta es un caso.

2.3 Ecuaciones paramétricas de algunas curvas y su representación gráfica.

CIRCUNFERENCIA

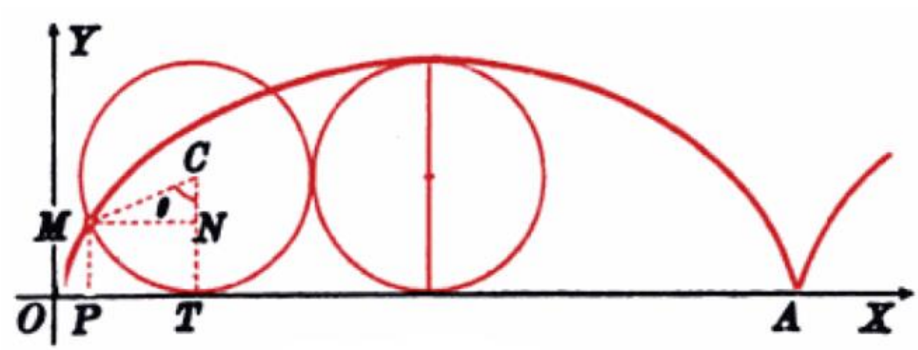
Sea la circunferencia de centro en O y radio a. sean además M(x,y) un punto de la curva y Θ=ángXOM.



CICLOIDE

Es la curvatura descrita por un punto fijo de una circunferencia que rueda, sin resbalar, a lo largo de una recta fija.

Tómese al eje x como la recta fija OX sobre la cual se hace rodar la circunferencia de centro C y radio r, y sea M el punto fijo que describe la curva.



2.4 Derivada de una función dada paramétricamente.

Si una curva suave C está dada por la ecuaciones x=f(t) y y=g(t), entonces la pendiente de

C en (x,y) es:

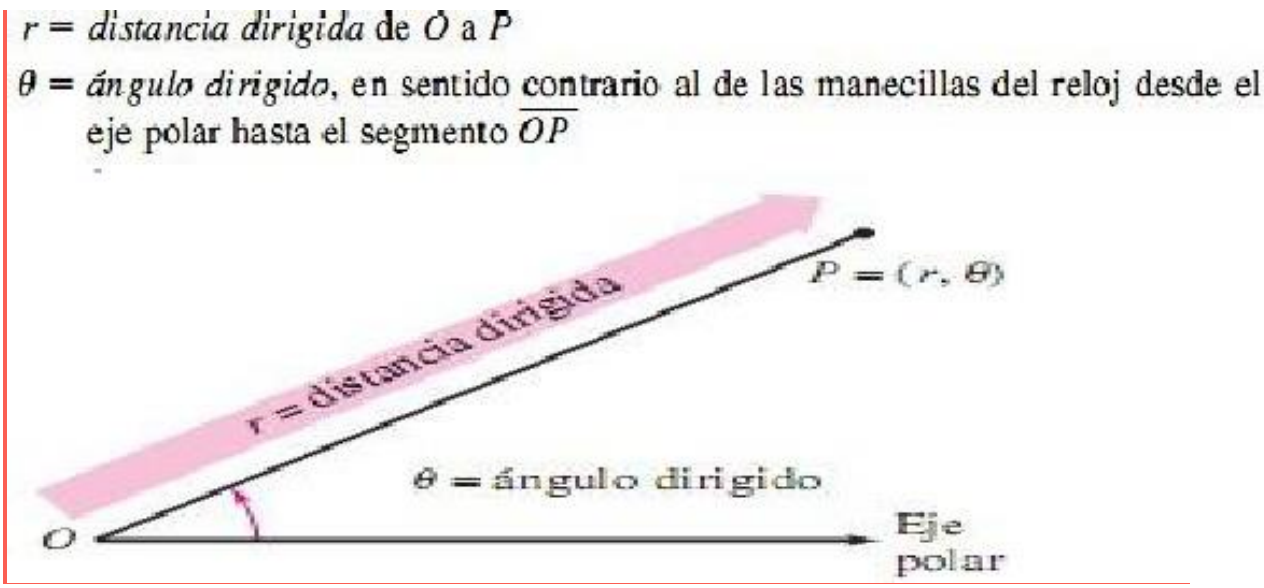
Esto se da ya que cumple con el teorema que proporciona las condiciones necesarias para obtener la derivada de una función dada en forma paramétrica:

Derivadas de orden superior para una función dad en forma paramétrica

2.5 Coordenadas polares.

Para formar el sistema de coordenadas polares en el plano, se fija un punto O, llamado polo (u origen), y a partir de O, se traza un rayo inicial llamado eje polar.

a cada punto P en el plano se le asignan coordenadas polares (r,0), como sigue.



2.6 Graficación de curvas planas en coordenadas polares.

Rosa de cuatro hojas/pétalos

Este tipo de gráfico se conoce como Rosa de cuatro pétalos. Es fácil ver cómo se forma

una figura parecida a una rosa con cuatro pétalos. La función para este gráfico es:

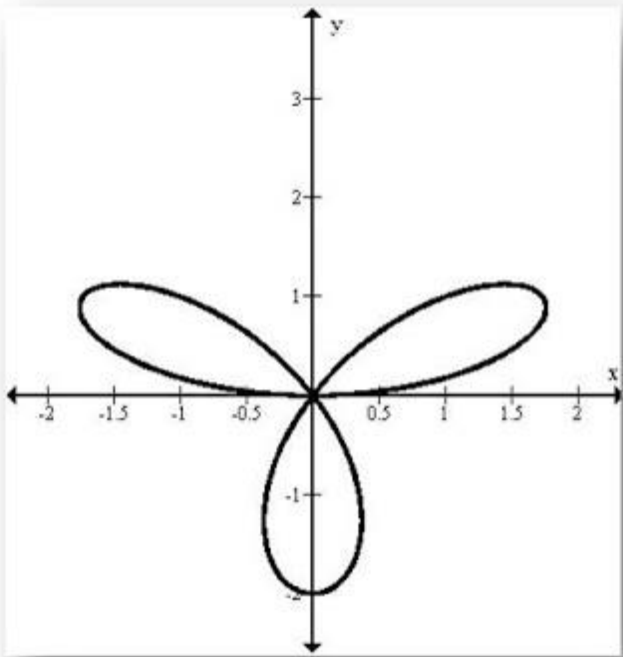
Rosa de tres hojas/pétalos

Presentamos ahora el gráfico llamado Rosa de tres pétalos. Analógica mente al gráfico de la

rosa de cuatro pétalos, este gráfico es parecido pero tiene sólo tres hojas o pétalos en su

forma gráfica. Un ejemplo es el siguiente:

$$r = 2 \text{ sen } 3\theta$$



Rosa de ocho hojas/pétalos

El siguiente gráfico es como los dos anteriores, pero ahora con ocho hojas o pétalos, tal

como lo vemos en la siguiente función graficada:

$$r = 2 \cos 4\theta$$